

ДЕТЕРМИНИРОВАННАЯ И СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛИ МИНИМИЗАЦИИ ИЗДЕРЖЕК В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ



**ОЛЬГА
СВИРИДОВА,**
РЭУ
им. Г.В. Плеханова,
Кафедра
математических
методов
в экономике

Сегодня одной из центральных проблем бизнеса является дефицит оборотных средств. В торговых компаниях существенная часть оборотных средств находится на складе, поэтому задача эффективного **управления товарным запасом** и ассортиментом в целом, становится жизненно важной. Особенно острой проблема оптимизации ассортимента и товарного запаса является для таких бизнесов как комплексная поставка товаров на промышленный рынок, оптово-розничная торговля в мультибрендовых компаниях, широкопрофильная дистрибуция.

На сегодня признано, что накопление на складах значительных запасов, как это было в прошлом, приводит к дополнительным существенным затратам на содержание все дорожающих складских помещений. Торговые компании стремятся минимизировать товарные запасы и используемые складские площади. В этой связи большую актуальность приобретают методы и модели, разработанные и разрабатываемые в настоящее время отечественными и зарубежными специалистами, призванные оптимизировать параметры систем управления запасами. Вместе с тем, несмотря на разнообразие особенностей моделей и стремление создавать обобщенные модели, изученные до сих пор в литературе, схемы управления запасами не исчерпывают, по-видимому, и малой доли задач, возникающих в практической деятельности предприятий и торговых компаний.

Цель рассматриваемых в статье моделей управления запасами заключается в определении оптимальных значений переменных, отвечающих на вопросы — какие товары, в каких количествах и когда заказывать. Критерием оптимизации был выбран критерий минимума общих затрат (в стохастическом случае — рассматриваются общие ожидаемые затраты).

Задача оптимизации издержек (детерминированная, многономенклатурная, периодическая, с возможностью кредитования).

В основе описываемой модели лежит принцип сбалансированности издержек торговой компании различного характера, и выборе такого равновесного размера заказываемого товара,

а также объема заемных средств, в каждом периоде, которые гарантировали бы минимальный уровень общих издержек компании за все периоды.

Особенности модели: модель описывает деятельность торговой компании в области управления запасами за определенный временной отрезок, состоящий из n периодов. Компания реализует несколько видов товаров, каждый товар характеризуется набором параметров (цена, стоимость хранения, закупочная стоимость с учетом доставки, спрос, время доставки), известными в каждом периоде. Нас интересует такой оптимальный объем заказа товаров каждого вида в каждом периоде и такой оптимальный размер привлекаемого кредита, при которых общие затраты проекта были бы минимальными.

Допущения.

1. Общие издержки проекта можно представить в виде функции: $I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$, где

Затраты на хранение запаса I_1 отражают затраты на содержание запаса на складе, включают в себя стоимость хранения, содержания и ухода.

Потери от дефицита товара I_2 включают потенциальные потери прибыли из-за отсутствия запаса.

Затраты на обслуживание кредита I_3 включают в себя начисленные проценты за пользование кредитом.

Затраты на приобретение и оформление заказа I_4 включают в себя расходы, связанные с размещением заказа у поставщика и его транспортировкой.

Однако издержки на приобретение и оформление заказа не будут включаться в целевую функцию описываемой модели.

2. В модели возможно использование только краткосрочных кредитов сроком на один период. Такой кредит можно взять в начале периода, а погасить в конце. Проценты по кредиту начисляются по ставке данного периода по формуле: $A_i = D_i(1 + r_i)$,

где D_i — сумма кредита в периоде i , A_i — сумма возврата в периоде i , r_i — ставка процента по кредиту в периоде i .

Сумма издержек за хранение берется, усреднено, за период, и зависит только от количества товаров на складе и стоимости хранения в данном периоде.

Входные данные.

c_j — цена товара j в периоде i

z_{ij} — стоимость хранения товара j в периоде i

s_{ij} — закупочная стоимость с учетом доставки товара j в периоде i

d_j — спрос на товар j в периоде i

τ_{ij} — срок доставки товара j в периоде i

Необходимо найти:

x_j — количество заказываемого товара j в периоде i

D_{ij} — размер кредита в периоде i

Критерий оптимизации — минимум общих издержек.

Дополнительно обозначим

Q_{ij} — количество доставленных товаров j в периоде i

АННОТАЦИЯ:

В статье описаны модели управления запасами торговой компании для детерминированного случая и с учетом неопределенности, основанные на принципе сбалансированности издержек и позволяющие определить оптимальный размер заказа и объем заемных средств, минимизирующие общие издержки.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

Логистика, управление запасами, экономико-математические модели, оптимизация

ANNOTATION:

The article describes two models of inventory management of trading company for the deterministic case and considering the uncertainty, which are based on the principle of balancing costs. These models allow to determine the optimal order size and volume of loans that minimize overall costs.

KEYWORDS:

Logistics, inventory control, mathematical models, optimization

$$Q_{ij} = \sum_{k=1, \dots, i} x_{kj} \quad F(k, j) = i_k + \left[\frac{\tau_{kj}}{t_j} \right]$$

где t_{ij} — длина периода i
 i — номер периода
 M_{ij} — количество товаров j на складе, на начало периода i
 $M_{ij} = Q_{ij} + L_{i-1,j}$
 L_{ij} — остаток товара j на конец периода i
 $L_{ij} = M_{ij} - K_{ij}$
 K_{ij} — объем реализованных товаров j в периоде i
 $K_{ij} = \min(d_{ij}, M_{ij})$
 d_{ij} — неудовлетворенный спрос
 $d_{ij} = a_{ij} - K_{ij}$

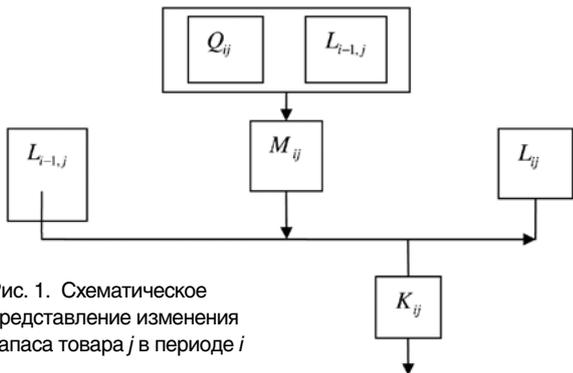


Рис. 1. Схематическое представление изменения запаса товара j в периоде i

P_{ij} — выручка от продажи товаров j в периоде i
 $P_{ij} = K_{ij} \cdot c_{ij}$
 D_i — сумма кредита в периоде i
 $A_i = D_i(1 + r_i)$,
 r_i — процент по кредиту период i
 Δ_i — остаток денежных средств на конец периода i
 $\Delta_i = \Delta_{i-1} + D_i - I_{1i} - I_{2i} + \sum_j P_{ij} - A_i$
 $I_{1i} = \sum_j M_{ij} \cdot z_{ij}$ — затраты на хранения для всех продуктов в периоде i
 $I_{2i} = \sum_j d_{ij} \cdot c_{ij}$ — затраты, связанные с дефицитом для всех продуктов в периоде i
 $I_{3i} = (A_i - D_i)$ — затраты на обслуживание кредита в периоде i
 $I_{4i} = \sum_j x_{ij} \cdot s_{ij}$ — затраты, связанные с размещением и доставкой заказа в периоде i

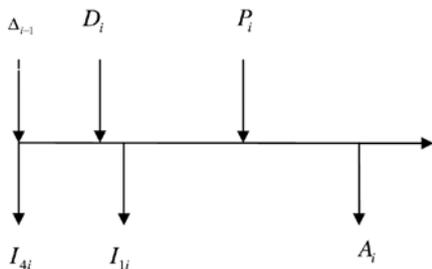


Рис. 2. Условное представление денежных потоков в периоде i .

Тогда с учетом обозначений издержки запишутся:

Издержки хранения: $I_1 = \sum_i I_{1i} = \sum_i \sum_j M_{ij} \cdot z_{ij}$

Издержки дефицита: $I_2 = \sum_i I_{2i} = \sum_i \sum_j d_{ij} \cdot c_{ij}$

Кредитные издержки: $I_3 = \sum_i I_{3i} = \sum_i (A_i - D_i)$

Издержки на формирование заказа: $I_4 = \sum_i I_{4i} = \sum_i \sum_j x_{ij} \cdot s_{ij}$

$I = I_1 + I_2 + I_3 \rightarrow \min$

Тогда оптимальный размер заказа и размер кредита в каждом периоде определяются в процессе решения задачи с целевой функцией: $I = I_1 + I_2 + I_3 \rightarrow \min$,

и ограничениях:

$\Delta_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$

$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, m$

Итак, детерминированная модель минимизации издержек системы управления запасами с учетом кредитования будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} I = \sum_i \sum_j M_{ij} \cdot z_{ij} + \sum_i \sum_j d_{ij} \cdot c_{ij} + \sum (A_i - D_i) \rightarrow \min \\ \Delta_{i-1} + D_i + \sum_j x_{ij} \cdot s_{ij} - \sum_j M_{ij} \cdot z_{ij} + \sum_j K_{ij} \cdot c_{ij} - D_i (1 + r_i) \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \\ x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, m \end{cases}$$

Имитационная модель минимизации издержек в системе управления запасами (стохастическая, многономенклатурная, периодическая, с возможностью кредитования).

Данная модель также основана на принципе сбалансированности издержек торговой компании различного характера, и выборе такого равновесного размера заказываемого товара, а также объема заемных средств в каждом периоде, которые гарантировали бы минимальный уровень общих издержек компании за все периоды.

В модели существует неопределенность относительно спроса на товары, а также относительно времени доставки товара.

Пусть в каждом периоде i спрогнозирован спрос на некоторый товар j . Объем спроса носит случайный характер, т.е. спрос в периоде i на товар j — случайная величина d_{ij} .

Будем считать, что величины d_{ij} в различных периодах i независимы и распределены с плотностью $p_{ij}^d(x)$.

Кроме того, случайный характер в каждом периоде i носит также величина, характеризующая время доставки заказанного товара j τ_{ij} . Аналогично, предположим t_{ij} независимыми и распределенными в каждом периоде с плотностью $p_{ij}^t(x)$.

Для удовлетворения спроса в периоде i компания делает заказ в текущем периоде или в одном из предыдущих периодов.

Входные данные.

n_{ij} — цена товара j в периоде i

Z_{ij} — стоимость хранения товара j в периоде i

S_{ij} — закупочная стоимость с учетом доставки товара j в периоде i

Случайные величины:

d_{ij} — спрос на товар j в периоде i

t_{ij} — срок доставки товара j в периоде i

Аналогично с детерминированным случаем в процессе оптимизации в модели определяются:

x_{ij} — количество заказываемого товара j в периоде i

D_i — размер кредита в периоде i

С использованием обозначений, описанных в детерминированной модели, издержки компании запишутся:

Издержки хранения: $I_1 = \sum_i I_{1i} = \sum_i \sum_j M_{ij} \cdot z_{ij}$

Издержки дефицита: $I_2 = \sum_i I_{2i} = \sum_i \sum_j d_{ij} \cdot c_{ij}$

Кредитные издержки: $I_3 = \sum_i I_{3i} = \sum_i (A_i - D_i)$

Издержки на формирование заказа: $I_4 = \sum_i I_{4i} = \sum_i \sum_j x_{ij} \cdot s_{ij}$

Заметим, что, поскольку x_{ij}, d_{ij} — случайные величины, то и зависящие Q_{ij}, M_{ij}, d_{ij} от них — также случайные величины, однако законы их распределения не выводятся аналитически.

Критерием оптимизации в данном случае выступает минимум общих ожидаемых затрат. Таким образом, мы переходим к математическим ожиданиям издержек:

$M(I_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_i \sum_j M_{ij} \cdot z_{ij} \cdot p_{ij}^d(x) \cdot p_{ij}^t(x) \cdot d_d(x) \cdot d_\tau(x)$

$M(I_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_i \sum_j d_{ij} \cdot c_{ij} \cdot p_{ij}^d(x) \cdot p_{ij}^t(x) \cdot d_d(x) \cdot d_\tau(x)$

Математическое ожидание кредитных издержек:

$M(I_3) = \sum_{i=1}^n (A_i - D_i)$

Тогда оптимальный размер заказа и размер кредита в каждом периоде определяются в процессе решения задачи с целевой функцией:

$$M(l) = M(l_1) + M(l_2) + M(l_3) \rightarrow \min_{x,D}$$

$$\Delta_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

и ограничениях:

$$\Delta_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, m$$

Итак, стохастическая модель минимизации издержек системы управления запасами с учетом кредитования будет выглядеть следующим образом:

$$0, M(l) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_j M_{ij} \cdot z_{ij} \cdot p_{ij}^d(x) p_{ij}^s(x) d_d(x) d_s(x) +$$

$$+ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_j d_{ij}^d \cdot c_{ij} \cdot p_{ij}^d(x) p_{ij}^s(x) d_d(x) d_s(x) + \sum_{i=1}^n (A_i - D_i)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta_{i-1, j} + D_i - \sum_j x_{ij} \cdot s_{ij} - \sum_j M_{ij} \cdot z_{ij} + \sum_j K_{ij} \cdot c_{ij} - D_i (1 + r_i) &\geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \\ x_{ij} &\geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \right.$$

где
 $K_{ij} = \min(d_{ij}, M_{ij})$
 $M_{ij} = Q_{ij} + L_{i-1, j}$
 $L_{ij} = M_{ij} - K_{ij}$

$$Q_{ij} = \sum_{k=1, k \neq j}^m x_{ik}$$

$$F(k, j) = i_k + \left[\frac{\tau_{kj}}{t_i} \right]$$

$$\Delta_i = \Delta_{i-1} - D_i - I_{4i} - I_{1i} + \sum_j P_j - A_i$$

Для выполнения поставленной задачи будем использовать возможности оптимизационной надстройки RISKOptimizer для Microsoft Excel, которая сочетает технологии имитационного моделирования надстройки @RISK (надстройка для анализа рисков компании Palisade) с генетическим алгоритмом оптимизации, что позволяет строить оптимизационные модели, включающие неопределенность различного характера.

На рисунке 3 представлен фрагмент оптимизационной модели, где определяется план по формированию заказов на товары трех видов и кредитованию для шести периодов работы компании в предположении о нормальном распределении случайных величин, характеризующих спрос и время доставки.

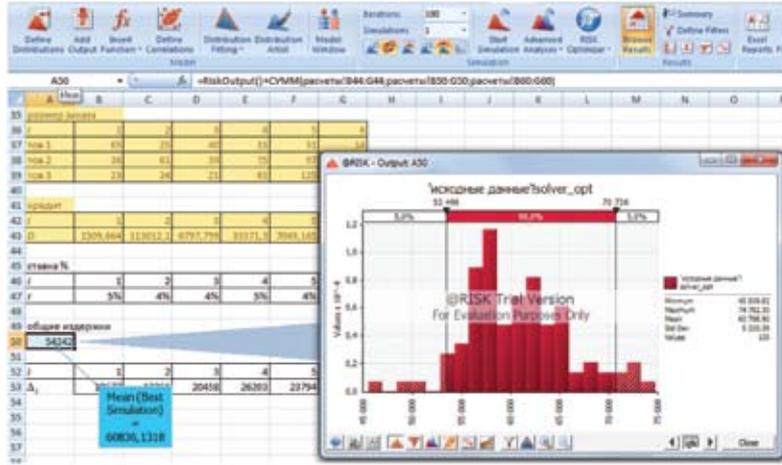


Рис. 3. Использование надстройки RISKOptimizer для решения задачи

В заключение отметим, что рассматриваемые модели могут быть полезны как для оперативного планирования, так и для стратегического, а используемый инструментарий позволяет проводить анализ и управление рисками для процессов формирования товарных запасов.

Библиографический список:

1. Зеваков А.М., Петров В.В. Логистика производственных и товарных запасов. Учебник. — СПб.: Изд-во Михайлова В.А., 2002г. — 320 с.
2. Палангин Ю. И. Логистика — планирование и управление материальными потоками: Учебное пособие — СПб.: Политехника, 2009. — 286 с.
3. Косоруков О.А. Методы количественного анализа в бизнесе: Учебник — М.: ИНФРА-М, 2005. — 368 с.



БЛИЖАЙШИЕ ФОРУМЫ КОНГРЕССНО-ВЫСТАВОЧНОЙ КОМПАНИИ «ИМПЕРИЯ»



VIII Всероссийский Антикризисный Торговый Форум «ПОСТАВЩИК-2012: СТРАТЕГИИ РАБОТЫ С РОЗНИЧНЫМИ СЕТЯМИ»
 • Центр Закупки Сетей™
 14-15 сентября 2011 года, Москва, Центр Международной Торговли



V Всероссийский форум поставщиков и ритейлеров товаров для дома, посуды, подарков и сувениров «ЭФФЕКТИВНЫЕ ЗАКУПКИ, ПОСТАВКИ, ПРОДАЖИ - 2012»
 • Центр Закупки Сетей™
 21-22 сентября 2011 года
 Москва, Экспоцентр, выставка «Консумэкспо. Осень-2011»



Форум производителей и ритейлеров «СОБСТВЕННАЯ ТОРГОВАЯ МАРКА - 2012»
 • Центр Закупки Сетей™; СТМ
 14-15 сентября 2011 г. в Москве, Центр Международной Торговли



VI Торговый Специализированный Форум «РЫНОК ДЕТСКИХ ТОВАРОВ РОССИИ: ПОСТАВЩИК И РОЗНИЦА»
 • Центр Закупки Сетей™
 27-28 сентября 2011 года
 Москва, Экспоцентр, выставка «Мир Детства-2011»



www.imperiaforum.ru

Телефоны:
 Москва: (495) 730 79 06
 Санкт-Петербург: (812) 327 49 18