

ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ ОДНОНОМЕНКЛАТУРНЫМИ С НЕИЗВЕСТНЫМИ ВЕРОЯТНОСТНЫМИ



МИХАИЛ СОПКО
ФГБОУ ВПО
Челябинский
государственный
университет,
экономический
факультет,
кафедра
математических
методов в экономике,
преподаватель

В настоящее время исследователи отмечают, что существенная часть оборотных средств торговых предприятий находится на складе, поэтому для торговых предприятий управление запасами является важнейшей задачей управленческого анализа [4, 7].

Модель расчета оптимального размера заказа (модель ЕОQ) является самой распространенной моделью, представленной в исследованиях отечественных и зарубежных ученых. Под классической моделью ЕОQ понимается однономенклатурная статическая детерминированная модель с непрерывным стационарным детерминированным спросом [6].

На практике при решении задач управления запасами классическая модель ЕОQ требует доработки и учета дополнительных параметров. Одним из таких факторов, который приводит к существенному усложнению задачи управления запасами, является учет неопределенности спроса и его случайных колебаний.

АТРИБУТЫ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ

Рассмотрим однономенклатурную задачу управления запасами, в которой требуется максимизировать прибыль за конечное число периодов планирования T . Будем предполагать, что заказ размещается в начале периода и поступает мгновенно.

Основные параметры модели: x_t — величина заказа на товар в периоде $x_t \geq 0$, $t = \overline{1, T}$; ζ_t — величина спроса на товар в период t , $\zeta_t \in [0, \infty]$, $t = \overline{1, T}$; y_t — величина остатков (дефицита) товара на конец периода t , $t = \overline{1, T}$.

Динамика запасов описывается уравнением $y_t = y_{t-1} + x_t - \zeta_t$, $t = \overline{1, T}$, где

y_0 — запасы на начало планирования. Если $y_0 = 0$, то

$$y_t = \sum_{k=1}^t (x_k - \zeta_k), \quad t = \overline{1, T}.$$

Пусть p — цена реализации товара, тогда выручку от реализации в периоде t можно записать в виде $p \cdot \min\{y_{t-1} - x_t, \zeta_t\} = p \cdot \min\{y_t, 0\} + p \zeta_t$.

Если c — затраты на приобретение и транспортировку единицы товара, то прибыль в периоде t можно представить в виде

$$\pi(x_t, \zeta_t) = p \zeta_t + p \cdot \min\{y_t, 0\} - cx_t.$$

Суммарная прибыль за T периодов планирования имеет вид:

$$\sum_{t=1}^T \pi(x_t, \zeta_t) = \sum_{t=1}^T (p \zeta_t + p \cdot \min\left\{\sum_{k=1}^t (x_k - \zeta_k), 0\right\} - cx_t).$$

Эту прибыль необходимо максимизировать по x_t при фиксированных ζ_t при ограничениях $\zeta_t \in [0, \infty]$, $x_t \geq 0$, $t = \overline{1, T}$.

На практике для решения задачи могут применяться различные подходы [12]. В работах [3, 9, 11] отмечается, что при управлении запасами необходимо уделять внимание прогнозированию спроса.

Если имеются достаточно точные прогнозы спроса и его вариация мала, то решение задачи можно свести к решению задачи вида:

$$\sum_{t=1}^T (p \zeta_t + p \cdot \min\left\{\sum_{k=1}^t (x_k - \zeta_k), 0\right\} - cx_t) \rightarrow \max, \quad \text{где}$$

$x_t \geq 0$, $t = \overline{1, T}$
 ζ_t — прогнозные значения спроса в периоде t .

Можно показать, что решение данной задачи достигается при равенстве размера заказа прогнозному значению спроса

$$(x_t^* = \zeta_t, \quad t = \overline{1, T}) \quad [8].$$

Если вариация спроса высокая, можно предположить, что спрос имеет вероятностный характер, и использовать критерий «ожидаемого значения»:

$$\int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} (p \zeta_t + p \cdot \min\{y_{t-1} + x_t - \zeta_t, 0\} - cx_t) \varphi(\zeta_1) d\zeta_1 \dots \varphi(\zeta_T) d\zeta_T \rightarrow \max_{x_t \geq 0, t = \overline{1, T}},$$

где $\varphi(\zeta_t)$ — функция плотности распределения вероятностей случайной величины ζ_t на $[0, \infty]$, $t = \overline{1, T}$.

Вероятностный подход при анализе спроса может использоваться при моделировании деятельности оптового торгового предприятия [4].

Рассмотрим однономенклатурную вероятностную задачу управления запасами в случае одного периода времени.

Утверждение. Если x^* — максимальное значение в задаче управления запасами в случае одного периода времени

$$\pi(x) = \int_0^{\infty} (p \zeta + p \cdot \min\{x - \zeta, 0\} - cx) \varphi(\zeta) d\zeta \rightarrow \max_{x \geq 0} \quad (2)$$

$\varphi(\zeta)$ — непрерывная функция плотности распределения вероятностей случайной величины ζ на $[0, \infty]$, $p > c$, тогда

$$\Phi(x^*) = \frac{p - c}{p}, \quad \text{где}$$

$\Phi(\zeta)$ — функция распределения вероятностей случайной величины ζ .

Доказательство.

Функцию $\pi(x)$ можно записать как

$$\pi(x) = (p - c)x - px \int_0^x \varphi(\xi) d\xi + p \int_0^x \xi \varphi(\xi) d\xi.$$

Воспользуемся правилом дифференцирования интегралов, зависящих от параметра [5]. После преобразований получим, что

$$\pi'(x) = p - c - p \int_0^x \varphi(\xi) d\xi.$$

Так как x^* — максимальное значение, то необходимо $\pi'(x^*) = 0$. Тогда $\int_0^{x^*} \varphi(\xi) d\xi = \frac{p - c}{p}$. Учитывая, что $\Phi(0) = 0$, получаем $\Phi(x^*) = \frac{p - c}{p}$,

что и требовалось доказать.

Данный результат согласуется с результатами, полученными в случае минимизации функции ожидаемых затрат [10, 11].

АННОТАЦИЯ

Описана задача управления однономенклатурными запасами торгового предприятия с неизвестными вероятностными характеристиками спроса. Предложены алгоритмы определения размера заказов, при которых максимизируется прибыль предприятия. Проведенный вычислительный эксперимент позволил определить лучший алгоритм. **Апробация алгоритмов проводилась для предприятия ЗАО «Союзришка».**

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Управление запасами, однономенклатурные модели, спрос с неизвестными вероятностными характеристиками, рентабельность оборотного капитала.

ANNOTATION

The one-nomenclature inventory management problem of stock trading company with unknown probabilistic characteristics of demand is described. Algorithms, which allow to define the size of the order, at which the enterprise profit is maximized, are offered. The computing experiment allowed to define the best algorithm.

KEYWORDS

Inventory management, one-nomenclature models, demand with unknown probabilistic characteristics, profit margin of a working capital.

ЗАПАСАМИ ТОРГОВОГО ПРЕДПРИЯТИЯ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ СПРОСА

АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Опираясь на полученные результаты, для решения задачи управления запасами можно предложить следующие алгоритмы. Рассмотрим их подробнее.

Алгоритм 1. На основании имеющейся информации об объемах продаж строится прогноз объемов продаж ζ_1 на один период вперед. Далее размер заказа для первого периода планирования корректируется с учетом имеющихся остатков товара на начало периода $x^* = \max\{\zeta_1 - y, 0\}$. Это означает, что размер заказа равен прогнозируемому значению объема продаж, скорректированному с учетом начальных остатков товара на складе.

Алгоритм 2. На основании имеющейся информации об объемах продаж строится таблица эмпирического ряда распределения объема продаж, по которой определяется такое x^* , при котором выполняется равенство

$$\Phi(x^*) = \frac{p - c}{p}.$$

Далее размер заказа корректируется с учетом имеющихся остатков товара на начало периода и определяется по формуле $x = \max\{x^* - y, 0\}$. Это означает, что размер заказа зависит от характера распределения спроса, соотношения цен реализации, затрат на приобретение и транспортировку на единицу продукции и от остатков товара на начало периода.

Апробация алгоритмов проводилась для предприятия ЗАО «Союзигрушка». Исследование проводилось на основании собранных данных об объемах продаж, о ценах закупки, транспортировки и реализации по 22 товарам, которые относятся к товарам с высокой вариацией спроса.

Эксперимент проводился по ретро-данным, то есть по имеющимся фактическим данным за прошлые периоды времени. Результаты работы алгоритмов сравнивались с прибылью π^* , при которой фактический спрос был точно известен, то есть предприятие получило бы максимальную возможную прибыль.

Предложенные алгоритмы были реализованы автором в программной среде Delphi 7.0. При построении модели управления запасами торгового предприятия были рассмотрены следующие основные процессы.

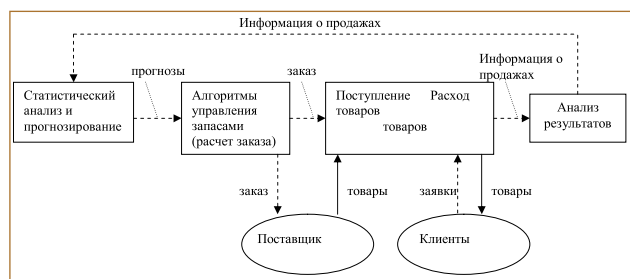


Рисунок 1

Схема модели управления запасами торгового предприятия

Модель работает следующим образом. В блоке «Статистический анализ и прогнозирование» происходит вычисление прогнозов и среднеквадратических отклонений объемов продаж. В блоке «Алгоритмы управления запасами» происходит расчет размера заказа в соответствии с определенным алгоритмом. Ввод информации о поступлении товаров, корректировка остатков осуществляется в блоке «Поступление товаров». В блоке «Клиенты» происходит генерирование заявок клиентов, которые обрабатываются в блоке «Расход товаров». В данном блоке также проводится корректировка информации об остатках товаров. В блоке «Анализ результатов» — вычисление основных результатов деятельности предприятия за прошедший период времени (выручка, затраты, прибыль).

В ходе эксперимента для всех товаров по каждому алгоритму было пройдено по 8 временных этапов.

При проведении расчетов для алгоритма 1 были использованы различные методы прогнозирования, лучшим из которых оказался метод экспоненциального сглаживания.

Рассмотрим подробнее работу алгоритма на примере товара «Конструктор».

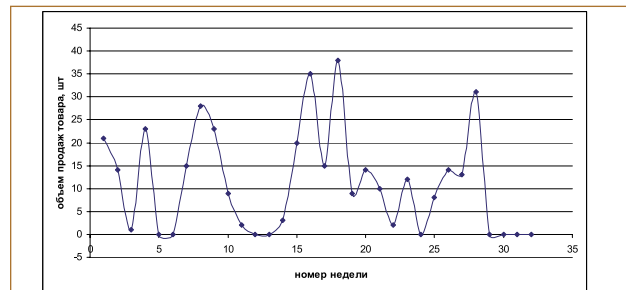


Рисунок 2

Еженедельный объем продаж товара «Конструктор»

Как видно из рисунка 2, спрос является волатильным, но не имеет четко выраженной циклической (сезонной) компоненты, хотя отмечаются колебания с меняющейся амплитудой.

Первым шагом алгоритма 2 является определение x^* , при котором выполняется равенство

$$\Phi(x^*) = \frac{p - c}{p}.$$

Для товара «Конструктор» соотношение $\frac{p - c}{p} = 0,35$.

Далее строится таблица, в которой данные об еженедельных объемах продаж упорядочиваются по возрастанию и рассчитываются накопленные частоты. После этого определяется значение объема продаж x^* , при котором значение накопленной частоты впервые превышает 0,35.

Результаты работы алгоритма 2 для товара «Конструктор» за 8 периодов времени представлены в таблице 1.

Таблица 1

Результаты расчетов прибыли для товара «Конструктор» по алгоритму 2

	Период времени							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Остаток на начало периода, шт	36	14	0	0	0	0	0	0
Значение x^* , шт	2	2	2	2	2	2	2	2
Размер заказа, шт	0	0	2	2	2	2	2	2
Объем продаж Фактический, шт	22	14	2	2	2	2	2	2
Остаток на конец периода, шт	14	0	0	0	0	0	0	0
Прибыль (убыток) за период, руб.	1 758	1 118	56	56	56	56	56	56
Прибыль за период нарастающим итогом, руб.	1 758	2 876	2 932	2 988	3 044	3 100	3 156	3 212
Прибыль π^* , руб.								7 322

За прошедшие восемь периодов суммарная прибыль составила 3 212 руб. Во все периоды отмечается прибыль.

Как было отмечено выше, π^* — величина суммарной прибыли за несколько периодов, при которой фактический спрос точно известен, то есть это максимально возможная прибыль.

Если бы спрос был достоверно известен, суммарная прибыль π^* оказалась бы равной 7 322 руб. Таким образом, суммарная прибыль по алгоритму 2 составила 43,87% от максимально возможной для данного товара.

Аналогичные расчеты были проведены для 22 товаров, относящихся к товарам с высокой вариацией спроса. Суммарная прибыль по всем товарам за 8 периодов, полученная по каждому алгоритму, приведена на рисунке 3.

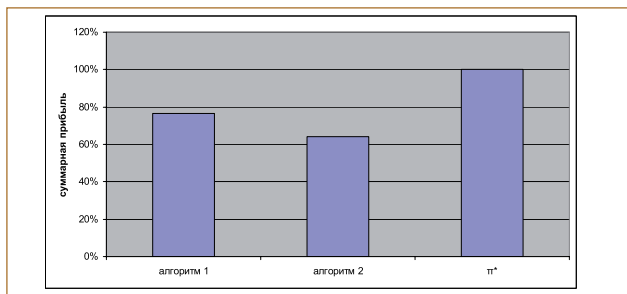


Рисунок 3

Суммарная прибыль по всем товарам за 8 периодов по различным алгоритмам по отношению к прибыли π^* , %

На рисунке видно, что алгоритм 2 позволил бы получить меньшую суммарную прибыль по сравнению с алгоритмом 1, в котором используются методы прогнозирования.

Возникает вопрос: нужно ли вообще учитывать результаты, основанные на характере распределения спроса, при выборе оптимальной стратегии управления запасами? Какой смысл имеет алгоритм 2, если его применение приводит к снижению суммарной прибыли по сравнению с алгоритмом 1?

Для того чтобы ответить на данный вопрос, необходимо отметить, что в настоящее время на предприятиях, кроме абсолютных, важными также являются и относительные показатели, например, рентабельность, эффективность вложенных средств, рентабельность оборотного капитала [2].

Показатель рентабельности оборотного капитала отражает эффективность использования оборотного капитала и рассчитывается как отношение полученной прибыли к оборотному капиталу.

В работе [1] отмечено, что при оптимальном управлении запасами с учетом временной стоимости денег наблюдается дополнительный синергетический эффект, который заключается, во-первых — в высвобождении денежных средств, требуемых в качестве оборотного капитала на интервале повторного заказа и, во-вторых, за счет повышения оборачиваемости капитала, которое отразится на соответствующем повышении рентабельности требуемых инвестиций. Иллюстрация данного эффекта представлена в таблице 2.

Таблица 2

Показатели рентабельности оборотного капитала

Алгоритмы	Инвестиции в оборотный капитал, руб.	Прибыль, руб.	Рентабельность оборотного капитала
Алгоритм 1	179 005	180 333	1,007
Алгоритм 2	118 941	150 811	1,268

Как видно из таблицы 2, потеря 16,37% прибыли является своеобразной платой за рост рентабельности (25,92%) и вывода

части капитала из оборота. Отметим, что после каждого очередного периода размещения заказа, количество высвобождающихся денежных средств будет возрастать, что приведет к увеличению годового показателя рентабельности оборотного капитала. Освободившийся капитал может быть направлен на расширение ассортимента или вложен в альтернативные инвестиционные проекты, что должно покрыть недополученную прибыль.

Результаты экспериментов показали, что алгоритм, учитывающий характер распределения спроса, позволяет повысить эффективность системы управления запасами, а именно: повысить оборачиваемость капитала, снизить уровень «замороженных» денежных средств в запасах по сравнению с алгоритмом, в котором используются методы прогнозирования. Алгоритм может быть полезен менеджерам при определении размера заказов в условиях ограниченных оборотных средств.

Библиографический список:

- Бродецкий Г.Л., Аксенова Н.А. Резерв повышения эффективности цепей поставок при управлении запасами // *Логистика*. — 2011. — №1. — с. 30–35.
- Бродецкий Г.Л., Муравьев Р.И. Итерационная оптимизация эффективности управления запасами с учетом временной ценности денег (часть I) // *Логистика*. — 2011. — №2. — с. 50–52.
- Волубуева Е.Ю. Возможности оптимизации объема заказа и цены реализации товара в цепи поставок // *Логистика*. — 2010. — №3. — с. 36–37.
- Зайковская Г.Г. К вопросу о реализации имитационной модели управления запасами на примере предприятия оптовой торговли // *Логистика*. — 2011. — №3. — с. 20–22.
- Ильин В. А. и др. Математический анализ. Продолжение курса / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Бл. Х. Сендов. Под ред А. Н. Тихонова. — М.: Изд-во МГУ, 1987. — 358 с.
- Лукинский В.В., Фатеева Н.И. Совершенствование аналитических методов управления запасами // *Логистика*. — 2011. — №2. — с. 46–49.
- Свиридова О.А. Детерминированная и стохастическая модели минимизации издержек в системах управления запасами // *Логистика*. — 2011. — №4. — с. 28–30.
- Сопко М.В. О подходе к управлению одноименклатурными запасами торгового предприятия с высокой вариацией спроса // *Логистика и управление цепями поставок*. — Февраль, 2012.
- Стерлигова А.Н. Управление запасами в цепях поставок. Учебник. — М.: Инфра-М, 2008. — 430 с.
- Таха Хемди А. Введение в исследование операций, 7-е изд. — М.: Изд. дом «Вильямс», 2005. — 912 с.
- Эльяшевич И.П. Прогнозирование потребности в материальных ресурсах логистике снабжения // *Логистика и управление цепями поставок*. — 2010. — №5 (40). — С. 27–37.
- Axsäter, S. *Inventory Control / S. Axsäter*. — 2. ed. Springer, 2006.

КОММЕНТАРИЙ СПЕЦИАЛИСТА



ЮЛИЯ РАГУЗОВА

компания «Мир детства»,
департамент логистики,
начальник отдела логистики
и поставок

«МЕТОДИКА РАСЧЕТОВ ПОЗВОЛЯЕТ ПРИМЕНИТЬ ИХ НА ПРАКТИКЕ»

Тема, поднятая в статье, конечно, не нова, но от этого не менее актуальна. Управление запасами — это жизненная необходимость

для каждой торговой компании, будь то малый бизнес или крупное предприятие.

Подробное описание методик расчетов позволяет легко применить их на практике. К тому же, автор предлагает два алгоритма решения задачи управления и диагностирует их с помощью прогнозов роста прибыли и рентабельности оборотного капитала. В статье не только рассмотрен сам процесс снабжения, но и проанализированы перспективы финансового результата при том или ином сценарии.

В разных условиях и на разных этапах жизненного цикла организации может быть интересно как высвобождение денежных средств и минимизация вложений в оборотный капитал, так и, напротив, увеличение прибыли за счет увеличения оборотного капитала, хотя и без перспективы повышения его рентабельности. Учитывая влияние методик, можно выбрать, какой алгоритм использовать в тот или иной период.